

LLM の定量的推論における最適化問題への取り組み

伊東恵美¹ 小林一郎¹

¹ お茶の水女子大学

{g2020508,koba}@is.ocha.ac.jp

概要

本研究は、大規模言語モデル (LLM) における定量的推論 (特にファジィ推論) 機能の検証を目的としている。具体的な課題として、ファジィ規則を組み込んだ BESS (Battery Energy Storage System) の最適化問題を取り上げる。与えた問題設定に合わせて LLM にファジィ規則を作成させ、最適化問題を解く際にその規則をどのように反映させるかを調査することにより LLM が問題を理解し、それを解くための規則を自ら生成し運用することが可能であるかを検証する。結果として、妥当なファジィ規則を作成し、正しく解釈した上で運用を行う能力が確認された。一方厳密な最適化問題は曖昧な要素を含むファジィ推論での解決に限界があることも分かった。

1 はじめに

十分な大きさを持つ言語モデルには、Chain of Thought [1] など多段の手続きによる人間の思考過程の模倣を始めとし、様々な推論能力が備わっていることが確認されている [2, 3]。一方で、大規模言語モデルにおいて言語による定性的・定量的な推論能力の検証は十分になされていない。言語を用いた定性的・定量的な推論能力は人間に欠かせない、日常的な文脈で必要不可欠な能力である。

本研究では定量的推論、特に曖昧な言語表現で記述されるファジィ推論に焦点を当て、大規模言語モデルの抽象的かつ定量的な言語表現を推論内における運用能力を検証することを目的とする。具体的な課題として、ファジィ規則を組み込んだバッテリー蓄積システム (Battery Energy Storage System: BESS) の最適化問題を取り上げ、最適解を導き出す過程でファジィ規則作成能力と解釈能力を検証する。

2 LLM によるファジィ制御

本研究では電気料金やバッテリーの充電量などの条件を与えて放充電などの行動を決定するため、図

1 に示すような曖昧な表現を用いた推論を LLM に計画立案させることによって放充電の行動における最適化問題の解決を試みる。

規則： 電気料金が安いならば充電する。

事実： 電気料金が 15\$/kWh である。

結論： 20kWh 充電する。

図 1 本研究におけるファジィ推論の例

実験の概要を図 2 に示す。

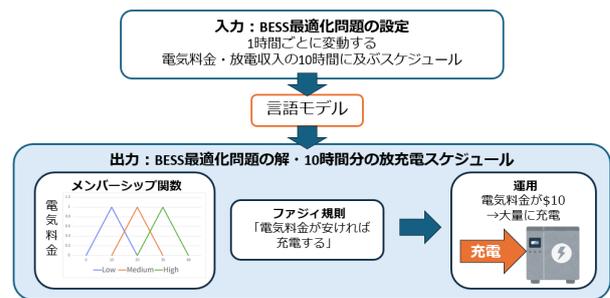


図 2 実験概要

条件を LLM に与え、その言語表現に対応するメンバーシップ関数で表した言語変数を持つファジィ規則を作成させる。作成された規則を用いて最適化問題を LLM に解かせることで LLM のあいまいな表現に基づく定量的推論能力の検証を行う。

3 実験

LLM にプロンプトで指示を与えて BESS の最適化問題を解かせる実験を 3 つ行う。

3.1 BESS 最適化問題

本研究で取り扱う BESS 最適化問題は、10 時間の離散的な期間にわたってバッテリーの充放電をスケジュールすることにより、純運用コストを最小化することを目的としている。LLM に問題設定を与え、電気料金、バッテリーの充電量 (SOC) および運用に関する意思決定を行うためにファジィ推論を組み込んで解くよう指示を与えている。本研究における問題設定は [4] で設定されていたプロンプトを参

考に作成した。以下、プロンプトとして与えた問題設定の概要を示す。

目的

- 消費金額 (電気料金と充電量の積) から収入 (放電による収入と放電量の積) を引いた差を最小化

必要条件:

- ファジィ論理規則を使用して、最適化中の決定を動的に導く。
- ファジィ論理規則に基づいて、制約条件や優先順位を再設定する。

バッテリーの情報

- 最大容量 (SOC_{max}): 100kWh
- スタート時の充電状態 (SOC_0): 50kWh
- 充電効率 (η): 90%
- 放電効率 ($1/\eta$): 90%
- 最大充電電力: 20kW

電気料金と放電による収入

1時間ごとに変動する、購入価格である電気料金と売却価格である放電収入の10時間のスケジュールを示す。

| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 電気料金 | 20 | 25 | 15 | 10 | 30 | 35 | 40 | 20 | 15 | 10 |
| 放電収入 | 30 | 35 | 25 | 20 | 40 | 45 | 50 | 30 | 25 | 20 |

3.2 実験1: モデル間の性能比較

ChatGPT-o4 mini, ChatGPT-5 nano, Gemini 3.0 Pro の各モデルについて3回の試行を行うことにより問題解決の性能比較を行なう。

3.2.1 結果

表1に最終結果を示す。放充電により得られた報酬が多いほど最適解に近いことを表している。

表1 実験1における最終結果

| | 最終利益(↑) | | |
|---------|---------|---------|--------|
| | 1回目 | 2回目 | 3回目 |
| o4-mini | 1430 | 1177.82 | 930.56 |
| 5-nano | 2605 | 1564 | 1930 |
| Gemini | 1430 | 2200 | 1700 |

5-nanoの1回目の結果が最もよく、o4-miniの3回目の結果が最も悪かった。モデルごとの傾向としても、3回の試行の総和を降順に並べると5-nano, Gemini, o4-miniの順に最適解が導き出せていることがわかる。また、各モデルの試行において放電時の計算に誤りが複数みられたが、最終的な結果に大きな影響を与えるものではないため、LLMの出力通りに記載している。次に、それぞれのモデルごとに特徴をみていく。

3.2.2 ChatGPT o4-mini

表2にo4-miniによる放充電の運用結果を示す。

表2 o4-miniの放充電スケジュール

| t | 条件 | | 1回目 | | 2回目 | | 3回目 | |
|---|-------|---------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|
| | Price | Revenue | SoC_t | $Action_t$ | SoC_t | $Action_t$ | SoC_t | $Action_t$ |
| 0 | 20 | 30 | 50 | 0 | 50.00 | +6.6 | 50.00 | 0 |
| 1 | 25 | 35 | 50 | 0 | 55.94 | -5.0 | 50.00 | 0 |
| 2 | 15 | 25 | 50 | +20 | 50.38 | +13.33 | 50.00 | +20 |
| 3 | 10 | 20 | 68 | +20 | 62.38 | +18.64 | 68.00 | +20 |
| 4 | 30 | 40 | 86 | -20 | 79.16 | -8.36 | 86.00 | -6.667 |
| 5 | 35 | 45 | 66 | -20 | 69.87 | -20 | 78.593 | -13.333 |
| 6 | 40 | 50 | 46 | -20 | 47.65 | -20 | 63.778 | -20 |
| 7 | 20 | 30 | 26 | 0 | 25.42 | +7.55 | 41.556 | 0 |
| 8 | 15 | 25 | 26 | +20 | 32.22 | +8.09 | 41.556 | +20 |
| 9 | 10 | 20 | 44 | +20 | 39.50 | +20.0 | 59.556 | +13.611 |

3回の試行を通じて電気を買う値段であるPriceが低い $t = 2, 3, 7, 8, 9$ に充電を行い、電気売る値段であるRevenueが高い $t = 4, 5, 6$ に放電を行うという傾向が一致している。これは最適化問題の解として適した傾向である。一方で3回の試行を通じて $t = 8, 9$ というスケジュールの最終時間で充電を行っている。利益の最大化を考えたときにスケジュール終了時点での充電量が少ない方が適しているため、この時点での電気料金を考慮するのではなく放電というアクションを最優先するべきである。o4-miniにおいては後述する2つのモデルと比較してスケジュール終了時点での充電量が多かったことがo4-miniの最終スコアの悪化に繋がったと考えられる。o4-miniにおいては条件が重複したファジィ規則が存在するなど、問題の解決に適さない要素が見られた。問題の設定を上手く理解できていないために他のモデルに比べて最終スコアが悪くなったと考えられる。

3.2.3 ChatGPT 5-nano

表3にChatGPT 5-nanoによる結果を示す。

表3 実験1 5-nanoの放充電スケジュール

| t | 条件 | | 1回目 | | 2回目 | | 3回目 | |
|---|-------|---------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|
| | Price | Revenue | SoC_t | $Action_t$ | SoC_t | $Action_t$ | SoC_t | $Action_t$ |
| 0 | 20 | 30 | 50 | 0 | 50.0 | -12.7 | 50 | 0 |
| 1 | 25 | 35 | 50 | 0 | 40.0 | -12.7 | 50 | 0 |
| 2 | 15 | 25 | 50 | +20 | 27.3 | +3.34 | 50 | +20 |
| 3 | 10 | 20 | 68 | +20 | 30.0 | +7.11 | 68 | +20 |
| 4 | 30 | 40 | 86 | -20 | 36.4 | -12.5 | 86 | -20 |
| 5 | 35 | 45 | 66 | -20 | 23.9 | -1.5 | 66 | -20 |
| 6 | 40 | 50 | 46 | -20 | 22.4 | -20 | 46 | -20 |
| 7 | 20 | 30 | 26 | -20 | 2.4 | +10 | 26 | 0 |
| 8 | 15 | 25 | 6 | -6 | 11.4 | +15.7 | 26 | 0 |
| 9 | 10 | 20 | 0 | 0 | 25.5 | +3.5 | 26 | 0 |

o4-miniと共通して、Priceが低い $t = 2, 3$ に充電を行い、電気売る値段であるRevenueが高い

$t = 4, 5, 6$ に放電を行うという傾向がある。

3回の試行を通して最終時点での充電量がそれぞれ0, 28.6, 26とo4-miniより充電量が少なく、効率よく電力を消費し、最適な解に近いスケジュールを組んでいることが分かる。

スコアが最も優れていた1回目の試行に注目する。作成されたファジィ規則を1つ抜粋して示す。

R7: 時間的優先度を反映するルール（時間が後半のときは放電を強く推奨するようにする等）

R1からR6は充電量と電気料金、放電収入を考慮して放電量を決定する妥当な規則だったが、R7は文章になっている。最適化問題の解としては必要な設定だが、ファジィ規則ではない「時間的優先度を反映するルール」が作成され、ファジィ規則に忠実でなく動的にスケジュールを決定することで優れた解が導き出されていることから、モデルが最適な解を作成するという指示を優先したと考えられる。ここから、ファジィ規則をもとにBESSの最適化問題を解くことに限界があると考えられる。

3.2.4 Gemini 3.0 Pro

表4にGemini 3.0Proの結果を示す。

表4 実験1 Geminiの放充電スケジュール

| t | 条件 | | 1回目 | | 2回目 | | 3回目 | |
|---|-------|---------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|------------------|---------------------|
| | Price | Revenue | SoC _t | Action _t | SoC _t | Action _t | SoC _t | Action _t |
| 0 | 20 | 30 | 50 | 0 | 50.00 | 0 | 50.00 | 0 |
| 1 | 25 | 35 | 50 | 0 | 50.00 | 0 | 50.00 | 0 |
| 2 | 15 | 25 | 50 | +20 | 50.00 | +20 | 50.00 | +20 |
| 3 | 10 | 20 | 68 | +20 | 68.00 | +20 | 68.00 | +20 |
| 4 | 30 | 40 | 86 | -20 | 86.00 | -20 | 86.00 | -20 |
| 5 | 35 | 45 | 66 | -20 | 63.78 | -20 | 63.78 | -20 |
| 6 | 40 | 50 | 46 | -20 | 41.56 | -20 | 41.56 | -20 |
| 7 | 20 | 30 | 26 | 0 | 19.34 | 0 | 19.34 | 0 |
| 8 | 15 | 25 | 26 | +20 | 19.34 | 0 | 19.34 | +20 |
| 9 | 10 | 20 | 44 | +20 | 19.34 | 0 | 37.34 | +20 |

o4-mini, 5-nanoと共通して、Priceが低い $t = 2, 3$ に充電を行い、電気を売る値段であるRevenueが高い $t = 4, 5, 6$ に放電を行うという傾向が一致している。

放電量に関して、規則の適用度に応じて放電量が変動することを期待していたが、3回の試行を通して常に+20か-20という数値をとっている。Geminiにおいてはスケジュールを決定する際、常にファジィ規則の適用度を計算して出力しているため、意図して適用度が反映されていないと考えられる。

内容も共通しており、それぞれ充電・放電・待機

について指定した規則で、必要最低限の3つとなっている。詳細に設定を行っていたo4-miniより良い最終利益だが、時間の制約も考慮していた5-nanoと比較すると悪い結果となった。

3.2.5 考察

ChatGPT 5-nanoはファジィ規則に忠実でないスケジュールを組むことで、他のモデルと比較し終了時点での充電量が少なく最も最終利益が優れていた。ここで表1に示した最終利益と終了時点での充電量・LLMが出力したファジィ規則の数について比較を行う。

表5 実験1 最終時点の充電量

| | 最終利益(↑) | | |
|---------|---------|-------|--------|
| | 1回目 | 2回目 | 3回目 |
| o4-mini | 62 | 57.50 | 71.806 |
| 5-nano | 0 | 28.6 | 26 |
| Gemini | 62 | 19.34 | 55.34 |

表6 実験1 ファジィ規則の数

| | 最終利益(↑) | | |
|---------|---------|-----|-----|
| | 1回目 | 2回目 | 3回目 |
| o4-mini | 3 | 8 | 10 |
| 5-nano | 7 | 9 | 9 |
| Gemini | 3 | 3 | 3 |

終了時点での充電量を表5に、ファジィ規則の数を表6に示した。

最終時点での充電量が少ないほど最終利益が高い傾向がある。最終利益が最も大きい5-nanoにおける試行1回目の充電量が0と最も少なく、最終利益が最も小さいo4-miniにおける試行3回目の充電量は71.806と最も多い。充電の最大容量が100であることをふまえると、o4-miniにおける充電残量は非常に多く、最適解に程遠い。

ファジィ規則の数は最終利益とあまり相関がない。5-nanoに関してはファジィ規則にあまり基づかずスケジュールを組んでおり、Geminiとo4-miniを比較するとファジィ規則が少ないGeminiの方が最終利益は大きかった。ファジィ規則が多いほど状況に応じた判断を行うことができるはずだが、o4-miniにおいて不適切なファジィ規則が存在したことから分かるように、数が多いほど良いスケジュールが組めるわけではない。

3.3 実験2：各LLMのスケジュール改善能力の検証

最適な解を得るために、LLM自身にスケジュールを改善させることを考える。実験1の実行後に「こ

の出力を踏まえたうえで、より最適な解を得るためにはどのようなファジィ規則が適しているか改めて考え、そのファジィ規則をもとに同様の制約でスケジュールを組んでみてください。」というプロンプトを与え、改めてスケジュールを組ませた。最もよく改善された実験 1 の Gemini 試行 2 回目について、複数回同じプロンプトを与えて改善させ、最適解が得られるか実験を行った。

表 7 実験 2 における最終結果

| | 最終利益 (↑) | | | | |
|--------|----------|--------|--------|--------|--------|
| | 初回 | 改善 1 | 改善 2 | 改善 3 | 改善 4 |
| Gemini | 2200 | 2770.5 | 2908.3 | 2932.3 | 2932.3 |

最終利益を表 7 に示す。プロンプトを与える度に利益は上昇し、改善 3 回目において最適な解に到達したとして上昇は停止した。改善 4 回目のスケジュールでは、すでに前回の改善 3 回目の出力で最適解に到達したとし、全く同じスケジュールを出力した。しかし、改善 3 回目のファジィ規則が時間を直接指定している点を指摘し、より汎用的な規則を組み立てたとしていた。以下に、改善 4 回目で作成されたファジィ規則を示す。

ファジィ規則

- R1: 完全清算 (Final Liquidation)
IF 時間が「終了 ($t = 9$)」 THEN SoC が 0 になるまで放電
- R2: 高値回転 (High-Turnover Sell)
IF 売電価格が「高い ($R_t \geq 35$)」 THEN 最大出力で放電
- R3: 積極的アービトラージ (Aggressive Arbitrage)
IF 買電価格が「割安 ($C_t \leq 20$)」 AND 将来売却益が見込める ($C_t < R_{next} \times 0.81$) THEN 最大出力で充電
- R4: 在庫処分 (Clearance)
IF 売電価格が「中程度以上 ($R_t \geq 30$)」 AND 時間が「後半 ($t \geq 6$)」 THEN 放電

実験 1 で示した Gemini 3.0 Pro の試行においては電気料金と充電量に注目してメンバーシップ関数とファジィ規則を作成していた。メンバーシップ関数は、放充電の機会を逃さないように作成された期待利益指数と、充電を使い切ることを重視した終了切迫度というこれまでの試行で見られなかった二つの数値に注目している。二つの数値の重要性は改善 1,2,3 回目の試行で明らかにされている。

一方でファジィ規則では終了切迫度が R1 において触れられているが、 $t = 9$ における動きが直接指定され、汎用的な規則ではないことが分かる。他の規則に対しても作成すべきスケジュールから逆算して規則を作成していると考えられ、BESS の最適化問題を解決する、一般的なファジィ規則とは異なっ

ている。この問題を解くにあたって必要なメンバーシップ関数とファジィ規則を作成するように指示を与えているが、逆算して規則を作成させるならばファジィ規則をもとに問題を解く必要がない。

以上をふまえると、BESS 最適化問題の解決にファジィ推論を用いた手法が適していない可能性が考えられる。一方で改善するように指示を与え続けると最終利益が向上していき、そのスケジュールに適した規則を考えられることから、問題設定への理解は深いと考えられる。

3.4 実験 3：ファジィ規則を用いない運用による問題解決の検証

ファジィ論理規則を用いて問題を解くという指示を与えずに、同様の設定で問題を解かせた。結果を表 8 に示す。

表 8 実験 3 における最終結果

| | 最終利益 (↑) | | |
|--|----------|--------|---------|
| | o4-mini | 5-nano | Gemini |
| | 2276.67 | 2605 | 2738.89 |

ファジィ規則を用いた表 1 と比較し、かなり結果が向上していることが分かる。Appendix に示したファジィ規則を使用せずに作成されたスケジュールを見ると、充電を使い切ることを目標とし $t = 3$ までに充電を行い、 $t = 4$ 以降に放電を行っている。本研究の設定では最終時間である $t = 9$ が 10 時間のうち最も電気料金が安い数値を取るため、「電気料金が安い場合は充電する」というファジィ規則が作成されると、充電を行ってしまう。前提として最適化問題であることを踏まえ、スケジュールの後半で放電を優先するというファジィ規則を作成すべきだが、スケジュールの後半に電気料金が高くなる問題設定であれば、ファジィ規則を使用しなかったものと比較してそこまで差がないスケジュールが組まれると考えられる。

4 おわりに

本研究では BESS の最適化問題を通じて、大規模言語モデルにおける問題を理解し、それを解くための規則を自ら生成し運用する能力を検証した。結果として、妥当なファジィ規則を作成し、正しく解釈した上で運用を行う能力が確認された。一方で今回設定した問題において厳密な最適解を得るためには、定量的であいまいな要素を含んだファジィ推論に基づいた解決に限界があることも明らかになった。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 23H03453J の助成を受けた
ものです。

参考文献

- [1] Jason Wei, Xuezhi Wang, Dale Schuurmans, Maarten Bosma, Brian Ichter, Fei Xia, Ed Chi, Quoc Le, and Denny Zhou. Chain-of-thought prompting elicits reasoning in large language models. 2022. cite arxiv:2201.11903.
- [2] Aarohi Srivastava, Abhinav Rastogi, Abhishek Rao, Abu Awal Md Shoeb, Abubakar Abid, Adam Fisch, Adam R Brown, Adam Santoro, Aditya Gupta, Adrià Garriga-Alonso, et al. Beyond the imitation game: Quantifying and extrapolating the capabilities of language models. **Transactions on machine learning research**, 2023.
- [3] Pei Zhou, Jay Pujara, Xiang Ren, Xinyun Chen, Heng-Tze Cheng, Quoc V Le, Ed Chi, Denny Zhou, Swaroop Mishra, and Huaixiu Steven Zheng. Self-discover: Large language models self-compose reasoning structures. **Advances in Neural Information Processing Systems**, Vol. 37, pp. 126032–126058, 2024.
- [4] Ali Forootani. A survey on mathematical reasoning and optimization with large language models, 2025.

A 実験 1 で作成されたファジィ規則

モデルごとに作成されたファジィ規則を示す。ChatGPT o4-mini は全体で最も最終利益が少なかった 3 回目の試行，ChatGPT 5-nano は全体で最も最終利益が多かった 1 回目の試行，Gemini 3.0 Pro は Gemini の中で最も最終利益が多かった 2 回目の試行で作成されたファジィ規則を示す。

A.1 ChatGPT o4-mini 試行 3 回目

ここで C は電気料金， R は放電収入， SoC は充電量を表す。

- R1: IF C is Low AND SoC is Low THEN Charge
- R2: IF C is Low AND SoC is Med THEN Charge
- R3: IF R is High AND SoC is High THEN Discharge
- R4: IF R is High AND SoC is Med THEN Discharge
- R5: IF C is Med AND R is Med THEN Hold
- R6: IF C is High AND R is Low THEN Hold
- R7: IF C is High AND R is Med THEN Hold
- R8: IF C is Med AND R is High THEN Discharge
- R9: IF C is High AND R is High THEN Discharge
- R10: C is Low AND R is High THEN Hold

R1 から R4 は充電量を参照しつつ，電気料金が安いときに充電を行い，放電収入が高いときに放電を行う，最適化問題の趣旨に沿ったものである。

一方で BESS の問題設定として，本研究では電気料金と放電収入の差を一定値 10 で固定している。そのため C と R のメンバーシップ関数は同様の分布であると考えられる。 C か R のどちらかを参照すれば十分であることから，R5 以降の C と R の条件を比較して行動を決めるルールは不適切である。特に R10 の C が Low であり，かつ R が High の値を取るという状態は考えにくく，本研究の条件に対する理解が十分でないことが分かる。

3 回目の試行に限らず，o4-mini の他の試行においても条件が重複したファジィ規則が存在するなど，問題の解決に適さない要素が見られた。問題の設定を上手く理解できていないために他のモデルに比べて最終スコアが悪くなったと考えられる。

A.2 ChatGPT 5-nano 試行 1 回目

ここで C_t は電気料金， R_t は放電収入， SoC は充電量， P_{ch} は充電する電力量， P_{dis} は放電する電力量を表す。

- R1: SoC が Low/Medium かつ C_t が Low なら P_{ch} は High
- R2: SoC が Medium か High かつ R_t が High なら P_{dis} は High
- R3: SoC が Medium かつ R_t が Medium なら P_{dis} は Medium
- R4: SoC が High かつ R_t が High なら P_{dis} は High
- R5: SoC が Medium かつ C_t が Medium なら P_{ch} は Medium
- R6: C_t が High のとき SoC が High なら P_{dis} は High
- R7: 時間的優先度を反映するルール（時間が後半のときは放電を強く推奨するようにする等）

R1 から R6 については充電量と電気料金，放電収入を考慮して放電量を決定する妥当な規則だが，R4 が R2 に包含される内容になっているため不要である。R7 は本文でも述べた通りファジィ規則ではなく，時間的優先度を反映する，という文章になっている。最適化問題の解としては必要な設定だが，ファジィ規則ではない。全体を通して規則の適用度も示されていないためにファジィ規則を基にスケジュールが決定されたか判断できず，他のモデルと比較し問題の設定を最もくみ取れていないと言える。

A.3 Gemini 3.0 Pro 試行 2 回目

- R1: IF 電気料金が「安い ($\mu_{Low} \geq 0.5$)」 AND バッテリーが満タンでない THEN 最大出力で充電 (Charge)
- R2: IF 電気料金が「高い ($\mu_{High} \geq 0.5$)」 AND バッテリーが空でない THEN 最大出力で放電 (Discharge)
- R3: 上記以外の場合（価格が中程度、または制約により実行不可） THEN 待機 (Hold)

3 回の試行を通して Gemini が作成したファジィ規則の数は 3 つで共通していた。内容もほぼ共通しており，それぞれ充電・放電・待機について指定した規則で，必要最低限の 3 つとなっている。詳細に設定を行っていた o4-mini より良い最終利益だが，時間の制約も考慮していた 5-nano と比較すると悪い結果となった。