

# 依存型意味論における暗黙的な文脈拡張による 慣習的推意の分析

松岡 大樹<sup>1</sup> 戸次 大介<sup>2</sup> 谷中 瞳<sup>1</sup><sup>1</sup> 東京大学

{daiki.matsuoka, hyanaka}@is.s.u-tokyo.ac.jp

<sup>2</sup> お茶の水女子大学

bekki@is.ocha.ac.jp

## 概要

文や発話の争点とはならない補足情報のことを慣習的推意といい、これは聞き手が直接的に応答できない形で会話の文脈を更新するという特殊な性質を持つ。本稿は慣習的推意に対して依存型意味論という枠組みに基づく分析を与える。具体的には、型検査の過程で型付け文脈を拡張するような型を提案し、これにより慣習的推意に関する意味現象に対して適切な予測ができることを示す。

## 1 はじめに

自然言語の文や発話は、複数の情報を異なる仕方  
で伝達することがあり、この違いは談話の進み方や  
推論の可否に影響することが知られている [1]。例  
として、以下の発話 (1a) とそれに対する返答 (1b)、  
(1c) を取り上げよう。なお (1a) 中の「3 年前に買った」は、指示対象が定まっている「このスマホ」について情報を補足する**同格関係節 (appositive relative clause; ARC)** である。<sup>1)</sup>

- (1) a. A: 3 年前に買ったこのスマホがとうとう壊れてしまった。  
b. B: いや、そんなはずはない。充電が切れただけのように見えるよ。  
c. B: #いや、そんなはずはない。その機種が出たのは 2 年前だったと思うよ。

このとき、主節の内容（このスマホが壊れた）を否定する (1b) は応答として問題ない一方で、ARC の内容を否定する (1c) は不適格である。<sup>2)</sup> この違いは、主節の内容は A の発話にとって中心的という意味で**争点的 (at-issue)** である一方で、ARC の内容はそうではないことに由来する。

1) ARC は非制限 (non-restrictive) 関係節とも呼ばれる。

2) 本稿では例文の意味論的・語用論的な不適格性を#で表す。

このように特定の語や構文を介して争点の内容とは別に補足される内容（ないしそれを導く推論）のことを、**慣習的推意 (conventional implicature; CI)** という [2]。 (1) が示す通り、CI は聞き手が正面から肯定・否定する対象にはならず、会話の文脈に直接追加される [3, 4]。このような CI の性質は通常の古典論理のような形式体系で捉えることが難しく、また、特に ARC と主節の間の関係は複雑かつ多様である [5, 6, 7, 8, 9]。そのため、CI の談話・推論での振る舞いに統一的な分析を与えることは、自然言語の形式意味論において 1 つの課題とされてきた。

この問題に取り組むために、本稿は**依存型意味論 (Dependent Type Semantics; DTS)** [10, 11] を拡張する提案を行う。DTS を用いる動機は、その高い表現力によって発話の適格性や照応的な意味を扱えるため、後述する CI に関する意味現象を分析する上で有望だと考えられる点にある。なお以下では、CI を引き起こす表現として英語の ARC に焦点を絞る。

## 2 同格関係節の性質

**投射** 先述の通り ARC の内容は非争点的であるため、ARC は主節からある程度独立して情報を伝達する。例えば、否定や条件文の前件といった、含意を打ち消す演算子は ARC には影響しない。実際、(2a) と (2b) の両方から、ARC の内容 (*Alex danced*) が帰結する。この現象を**投射 (projection)** という。

- (2) a. It is not true that Alex, who danced, met Kim.  
b. If Alex, who danced, met Kim, she was happy.

**節境界をまたぐ照応** 一方で、ARC は主節から完全に独立しているわけではない。その証拠として、2 つの節の境界をまたいで**照応 (anaphora)** の関係が成り立つことが挙げられる [8]。例えば (3a) では、主節の代名詞 *her* が ARC 中の *a girl* を先行詞にするという解釈が可能である。(3b) より、ARC から主節へ

の向きでも同様の照応が可能であることが分かる。

- (3) a. Alex, who met a girl<sub>1</sub>, praised her<sub>1</sub>.  
 b. A girl<sub>1</sub> met Alex, who praised her<sub>1</sub>.

ただし、このような照応は完全には自由ではない。(4)が示すように、*every girl*のような**非指示的 (non-referential)**な量化詞は、ARC中の代名詞の先行詞にならない[6].

- (4) #{Every/No} girl<sub>1</sub> met Alex, who praised her<sub>1</sub>.

### 3 枠組み: 依存型意味論

#### 3.1 型理論による意味表示

DTSの理論的背景は、命題とその証明を型とその項に対応付けるカーリー・ハワード同型対応である。例として、連言  $A \wedge B$  は直積型  $A \times B$  に対応する。また、述語を伴う命題  $P(x)$  は、項に依存した型である**依存型 (dependent type)** [12] に対応する。例えば1項述語に相当する  $\text{dance} : e \rightarrow \text{type}$  を用いれば、型  $\text{dance}(a)$  で命題 *Alex danced* を表すことができる。<sup>3)</sup>

自然言語を扱う上で重要となる型として、 $\Pi$  型  $(x : A) \rightarrow B$  と  $\Sigma$  型  $(x : A) \times B$  がある。 $\Pi$  型は  $B$  が  $x$  に依存しうるような関数型であり、全称量化  $\forall x \in A. B$  に対応する。 $\Sigma$  型は同様に一般化された直積型であり、存在量化  $\exists x \in A. B$  に対応する。

最後に、型付け文脈  $\Gamma (\equiv x_1 : A_1, \dots, x_n : A_n)$  は、**共通基盤 (common ground)**、すなわち会話の参加者が相互に受け入れた文脈情報の集まり [13] を表すものとして扱うことができる。例えば、型の well-formed 性に関する判断  $\Gamma \vdash A : \text{type}$  は、共通基盤  $\Gamma$  の下で発話  $A$  が適格であることに対応する。

#### 3.2 未指定型

本稿が依拠するDTSの定式化 [11] は、 $(x @ A) \times B$  で表記される**未指定型 (underspecified type)**を導入する。ここで  $x @ A$  は、後から型  $A$  の項で置き換えられるプレースホルダーのような役割を果たす。(5)が示すように、未指定型は照応的な表現の意味を表すために用いることができる。<sup>4)</sup>

- (5) She danced.  $\mapsto (x @ e) \times \text{dance}(x)$

未指定型を含む意味表示は中間的なものであり、最終的な意味表示を得るためには未指定型を除去す

3) ただし  $e$  は (*Alex* のような) 対象が属する型で、 $\text{type}$  は型全体が属する高階の型である。  
 4) 代名詞に伴うジェンダーの情報は誌面の都合上割愛する。

る ( $x @ A$  を具体的な項で置換する) 必要がある。この処理は、**型検査 (type checking)**、すなわち型判断に対する導出木を構成する過程で行われる。具体的には、未指定型の well-formed 性に関する型検査は以下のように行われる (形式的定義は付録を参照)。

- (6) a. 推論規則

$$(@F) \frac{\Gamma \vdash A : \text{type} \quad \Gamma \vdash M : A \quad \Gamma \vdash B[x := M] : \text{type}}{\Gamma \vdash (x @ A) \times B : \text{type}}$$

- b. 出力:  $\Gamma \vdash B[x := M] : \text{type}$  の導出木

推論規則の仮定部はそれぞれ (i) 型  $A$  の well-formed 性の確認、(ii) 項  $M$  の探索、(iii) 型  $B[x := M]$  の well-formed 性の確認に相当する。これら3つの導出木が構成された後、型検査の出力が (iii) の導出木であるとするので、検査対象の型が  $(x @ A) \times B$  から  $B[x := M]$  へと上書きされる。すなわち、 $x @ A$  が項  $M$  により置換されることになる。

例として、*A girl came* が既に共通基盤にある状態で (5) の未指定型を除去する状況を考える。このとき (5) が適格となるための条件 (**適格性条件, felicity condition**) は (7) となる。ここで  $\pi_1$  は組の第1要素を取り出す関数であり、意味表示中の  $\pi_1 u$  は  $x_1 : e$  に相当する。また以下では、 $(x @ A) \times B$  の形式の型を  $\left[ \begin{smallmatrix} x @ A \\ B \end{smallmatrix} \right]$  で表記することがある。

$$(7) \quad v : \left[ \begin{smallmatrix} u : \left[ \begin{smallmatrix} x_1 : e \\ \text{girl}(x_1) \end{smallmatrix} \right] \\ \text{come}(\pi_1 u) \end{smallmatrix} \right] \vdash \left[ \begin{smallmatrix} x_2 @ e \\ \text{dance}(x_2) \end{smallmatrix} \right] : \text{type}$$

A girl came.                      She danced.

型検査では規則 (6a) が型  $e$  の項を要求するが、今回は  $\pi_1 \pi_1 v$  を構成できる ( $v : [\dots] \vdash \pi_1 \pi_1 v : e$ )。これを  $x_2$  に代入すると、結果として型判断 (8) を得る。

$$(8) \quad v : \left[ \begin{smallmatrix} u : \left[ \begin{smallmatrix} x_1 : e \\ \text{girl}(x_1) \end{smallmatrix} \right] \\ \text{come}(\pi_1 u) \end{smallmatrix} \right] \vdash \text{dance}(\pi_1 \pi_1 v) : \text{type}$$

矢印が示す通り、このとき  $\pi_1 \pi_1 v$  は  $x_1 : e$  に相当するので、*she* が *a girl* を先行詞とする解釈が予測できたことが分かる。以上のように型検査の過程で型を動的に書き換えることで、(通常の意味での) 型検査と未指定型の除去を同時に行うことができる。

#### 3.3 2段階の確認プロセス

DTSの型検査は、意味表示から未指定部分を取り除き内容を確定する過程に相当し、その内容を聞き手が受け入れるか、すなわちそれが共通基盤に追加されるかとは関係しない。ここでは、このような聞

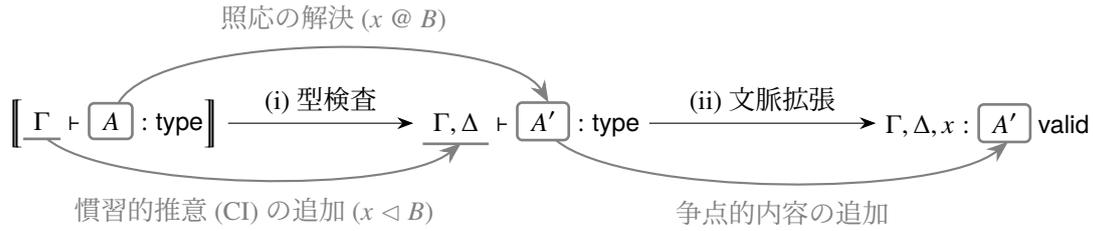


図1 2段階の確認プロセスにおける、争点的内容と非争点的内容の処理過程.

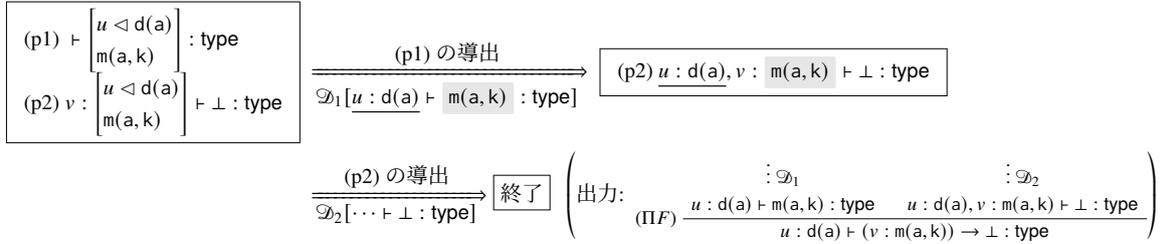


図2 (10)を導出する過程. 述語記号は略記している (例: dance ↦ d).  $\mathcal{D}[J]$  は型判断  $J$  を結論に持つ導出木  $\mathcal{D}$  を表す.

聞き手による受け入れの判断は、型検査で得られた型  $A$  で型付け文脈  $\Gamma$  を  $\Gamma, x : A$  へと拡張する時点で起こるものと想定する. まとめると、ある文・発話の内容が共通基盤に追加される際には、(i) 型検査と (ii) 文脈拡張の2ステップを経ることになる.

## 4 提案

冒頭の (1) が示すように、CI は非争点的であり、聞き手の直接的な返答の対象とならない. よって、前述の2段階の確認プロセスにおいて、CI の情報が型付け文脈に追加されるのは (ii) の文脈拡張よりも前でなければならない.

このことを踏まえて、次のように定義される型  $(x < A) \times B$  (**CI 型, CI type**) を提案する.

(9) a. 推論規則

$$(\triangleleft F) \frac{\Gamma \vdash A : \text{type} \quad \Gamma, x : A \vdash B : \text{type}}{\Gamma \vdash (x \triangleleft A) \times B : \text{type}}$$

b. 出力:  $\Gamma, x : A \vdash B : \text{type}$  の導出木

CI 型を型検査すると、もとの型付け文脈  $\Gamma$  が  $\Gamma, x : A$  へと上書きされる. すなわち CI 型は、(i) の型検査の間に文脈を拡張するような型となっている. この文脈の拡張は、(ii) の場合とは異なり聞き手の直接的な返答の対象とならない暗黙的なものであり、CI の争点的内容との違いを反映している (図1).

なお、CI 型は型検査の途中で型付け文脈を拡張するため、変数宣言の順序に影響し、例えば型付け文脈の先頭にある変数を束縛する規則が適用できなくなってしまう恐れがある. このような場合、以下の**交換規則 (permutation rule)**を適用する. ただし、

先頭側の型  $B$  が入れ替え先の  $x : A$  に依存している場合、この規則は適用できないことに注意する.

$$(\text{perm}) \frac{\Gamma, x : A, y : B, \Delta \vdash M : C}{\Gamma, y : B, x : A, \Delta \vdash M : C} \quad (x \notin \text{FV}(B))$$

## 5 予測と検証

以下では、2節で述べた現象を今回の提案が正しく予測できることを確認する. まず、投射を示す例 (2a) の適格性条件は次のようになる.<sup>5)</sup> なお意味表示において、否定は  $(x : A) \rightarrow \perp$  で表されている.<sup>6)</sup>

$$(10) \vdash \left( v : \left[ \begin{array}{l} u \triangleleft \text{dance}(a) \\ \text{meet}(a, k) \end{array} \right] \right) \rightarrow \perp : \text{type}$$

型検査の過程を図2に示す. まず変数  $v$  の型が well-formed であること (p1) を導出すると ( $\mathcal{D}_1$ ), CI 型により文脈が  $u : d(a)$  で拡張される. この拡張された文脈の下で結論の型が well-formed であること (p2) を導出する ( $\mathcal{D}_2$ ). 最終的に  $\Pi$  型を再構成すると、以下の型判断 (11) を出力として得る. ARC の内容 (*Alex danced*) が否定のスコープ外に出ており、投射の振る舞いを予測できたことがわかる.

$$(11) u : \text{dance}(a) \vdash (v : \text{meet}(a, k)) \rightarrow \perp : \text{type}$$

次に照応の例を見る. まず、(3a) の適格性条件は次のようになる. なお以下では、 $(x : e) \times Px$  を  $P^*$  と省略する.

$$(12) \vdash \left[ \begin{array}{l} v \triangleleft \left[ \begin{array}{l} u : \text{girl}^* \\ \text{meet}(a, \pi_1 u) \end{array} \right] \\ x @ e \\ \text{praise}(a, x) \end{array} \right] : \text{type}$$

5) 意味合成の過程は誌面の都合上割愛する. なお、条件文の前件の場合 (2b) でも  $\Pi$  型を用いるため予測は同様である.

6)  $\perp$  は項を持たない空型 (empty type) であり、矛盾を表す.

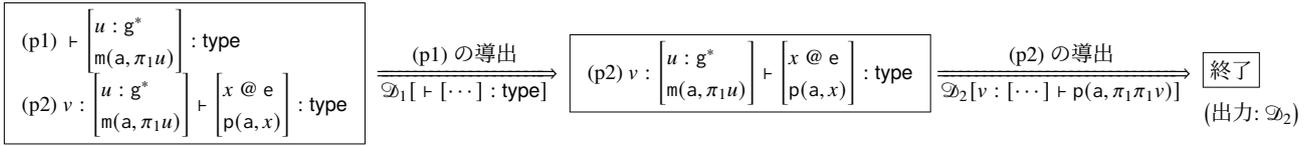


図3 (12)を導出する過程.

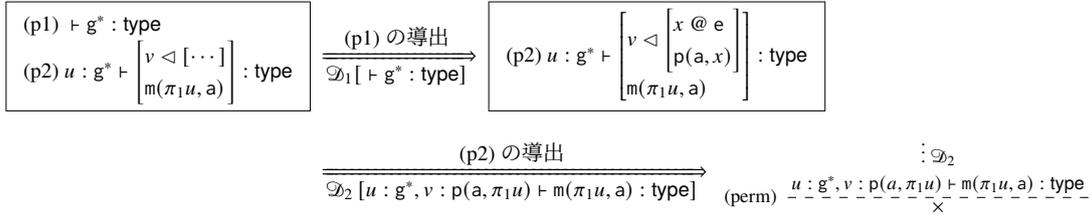


図4 (13)の導出が失敗するまでの過程.

型検査の過程を図3に示す. 未指定型の型検査 (p2) では, (7)の場合と同様に  $\pi_1\pi_1v : e$  が見つかり, 最終的な導出木  $\mathcal{D}_2$  では争点的内容が  $p(a, \pi_1\pi_1v)$  となる. このとき  $\pi_1\pi_1v$  は ARC 中の  $a$  girl に相当し, 照応が適切に予測できていることが分かる.

照応のもう一つの例の前に, 照応が許されない例 (4)を確認する. 主語が *every girl* である場合の適格性条件を以下に示す.<sup>7)</sup>

$$(13) \quad \vdash (u : \text{girl}^*) \rightarrow \left[ \begin{array}{c} v \triangleleft \left[ \begin{array}{c} x @ e \\ \text{praise}(a, x) \end{array} \right] \\ \text{meet}(\pi_1u, a) \end{array} \right] : \text{type}$$

型検査が失敗する様子を図4に示す. CI型の型検査 (p2)の過程で内部の未指定型を  $\pi_1u : e$  で除去すると, 文脈は  $v : p(a, \pi_1u)$  で拡張される.  $\Pi$ 型を再構成するためには交換規則を適用して局所変数  $u : g^*$  を文脈の先頭に移動する必要があるが,  $v$ の型が  $u$  に依存しているため, これは不可能である. このため型検査が失敗し, (4)の不適格性が予測される.

最後に (3b)を確認する. 不定名詞句  $a$  girl が  $\Sigma$ 型で変数を導入すると, (13)と同様に交換規則が適用できず不適切となってしまう. そのため, 不定名詞句が CI型によっても変数を導入しようと仮定する.<sup>8)</sup> このとき, 適格性条件は以下ようになる.

$$(14) \quad \vdash (u \triangleleft \text{girl}^*) \times \left[ \begin{array}{c} v \triangleleft \left[ \begin{array}{c} x @ e \\ \text{praise}(a, x) \end{array} \right] \\ \text{meet}(\pi_1u, a) \end{array} \right] : \text{type}$$

この場合,  $x$  を  $\pi_1u$  で置換しても交換規則の問題は生じず, 照応を適切に予測する型判断 (15)を得る.

- 7) *no* の場合でも  $\Pi$ 型を用いるため予測は同様である.  
 8) この追加の仮定は, 不定名詞句の特定の (specific) な解釈という, より一般的な現象を説明するために必要である (例えば (3b) の  $a$  girl は特定の). 特定の不定名詞句は指示詞と似た振る舞いを示し, 例えば否定や条件よりも高いスコープをとる [14]. この現象は  $\Sigma$ 型を用いた意味表示だけでは説明できないと思われる.

$$(15) \quad u : \text{girl}^*, v : \text{praise}(a, \pi_1u) \vdash \text{meet}(\pi_1u, a) : \text{type}$$

## 6 関連研究

本研究と同様に DTS を用いて CI を分析した [15] は, 未指定型と同様のメカニズムで CI を定式化した. 具体的には, 項の探索が失敗した場合に文脈を適宜拡張する調節 (accommodation) の機構により, 投射などの振る舞いを予測した. しかし, (4)で示した *every girl* のような非指示的な量化詞の場合については議論がなされていなかった. さらに, より近年の調節の定義 [11]に従うと, 調節される型が局所変数に依存する場合でも調節が成功するため, 非指示的な量化詞の場合でも照応が可能と予測されることになる. 本稿の提案は, 型検査の過程で文脈を拡張するというアイデアは [15] から引き継いでいる一方で, 変数の依存関係も考慮することができる.

## 7 おわりに

本稿では, DTS の枠組みに基づき, 型検査の過程で型付け文脈を拡張する CI 型を提案した. CI 型による文脈拡張は聞き手の直接的な応答の対象にならない点で暗黙的であり, この機構のもとで ARC に関する投射・照応が適切に予測できることを示した. 今後の課題として, DTS における前提 (presupposition) の分析との接続が挙げられる. 前提は文脈により解決されるため DTS では未指定型で表現されるが, CI との間で様々な共通点がある. 例えば前提の調節は CI と同様に共通基盤を拡張し, また前提と CI が照応に関して類似したパターンを示すことがある [16]. そのため, これら 2つの現象をより統一的に説明できることが望ましい.

## 謝辞

本研究は、JST さきがけ JPMJPR21C8, JST CREST JPMJCR20D2, および JSPS 科研費 JP23H03452 の助成を受けたものである。

## 参考文献

- [1] Christopher Potts. Presupposition and implicature. **The handbook of contemporary semantic theory**, pp. 168–202, 2015.
- [2] Christopher Potts. **The Logic of Conventional Implicatures**. Oxford University Press, 2005.
- [3] Sarah E. Murray. Varieties of update. **Semantics and Pragmatics**, Vol. 7, No. 2, pp. 1–53, March 2014.
- [4] Kristen Syrett and Todor Koev. Experimental Evidence for the Truth Conditional Contribution and Shifting Information Status of Appositives. **Journal of Semantics**, Vol. 32, No. 3, pp. 525–577, 2014.
- [5] Patricia Amaral, Craige Roberts, and E Allyn Smith. Review of the logic of conventional implicatures by Chris Potts. **Linguistics and Philosophy**, Vol. 30, pp. 707–749, 2007.
- [6] Francesca Del Gobbo. On the syntax and semantics of appositive relative clauses. **Parentheticals**, Vol. 106, p. 173, 2007.
- [7] Rick Nouwen. On appositives and dynamic binding. **Research on language and computation**, Vol. 5, pp. 87–102, 2007.
- [8] Scott AnderBois, Adrian Brasoveanu, and Robert Henderson. At-issue proposals and appositive impositions in discourse. **Journal of Semantics**, Vol. 32, No. 1, pp. 93–138, 2015.
- [9] Philippe Schlenker. Supplements without bidimensionality. **Linguistic Inquiry**, Vol. 54, No. 2, pp. 251–297, 2023.
- [10] Daisuke Bekki and Koji Mineshima. Context-Passing and Underspecification in Dependent Type Semantics. In Stergios Chatzikyriakidis and Zhaohui Luo, editors, **Modern Perspectives in Type-Theoretical Semantics**, pp. 11–41. Springer, 2017.
- [11] Daisuke Bekki. A proof-theoretic analysis of weak crossover. In Katsutoshi Yada, Yasufumi Takama, Koji Mineshima, and Ken Satoh, editors, **New Frontiers in Artificial Intelligence**, pp. 228–241, Cham, 2023. Springer Nature Switzerland.
- [12] Per Martin-Löf. **Intuitionistic type theory**, Vol. 9. Bibliopolis Naples, 1984. Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980.
- [13] Robert C Stalnaker. Assertion. In **Pragmatics**, pp. 315–332. Brill, 1978.
- [14] Janet Dean Fodor and Ivan A Sag. Referential and quantificational indefinites. **Linguistics and philosophy**, Vol. 5, pp. 355–398, 1982.
- [15] Daisuke Bekki and Elin McCready. CI via DTS. In **New Frontiers in Artificial Intelligence: JSAIL 2014 Workshops, LENLS, JURISIN, and GABA, Kanagawa, Japan, October 27–28, 2014, Revised Se-**

**lected Papers**, pp. 23–36. Springer, 2015.

- [16] Patrick D Elliott and Yasutada Sudo. Generalised crossover. In **Semantics and Linguistic Theory**, Vol. 30, pp. 396–408, 2021.

## 付録: 形式的定義

**推論規則** 依存型理論の推論規則の一部を示す。なお `type` と `kind` をソート (sort) といい、以下ではこれらをメタ変数  $s$  で表す。

- $\Pi$  型 (依存関数型)

$$(\Pi F) \frac{\Gamma \vdash A : \text{type} \quad \Gamma, x : A \vdash B : s}{\Gamma \vdash (x : A) \rightarrow B : s} \quad (\Pi I) \frac{\Gamma, x : A \vdash M : B}{\Gamma \vdash \lambda x. M : (x : A) \rightarrow B} \quad (\Pi E) \frac{\Gamma \vdash M : (x : A) \rightarrow B \quad \Gamma \vdash N : A}{\Gamma \vdash MN : B[x := N]}$$

- $\Sigma$  型 (依存直積型)

$$(\Sigma F) \frac{\Gamma \vdash A : \text{type} \quad \Gamma, x : A \vdash B : s}{\Gamma \vdash (x : A) \times B : s} \quad (\Sigma I) \frac{\Gamma \vdash M : A \quad \Gamma \vdash N : B[x := M]}{\Gamma \vdash \langle M, N \rangle : (x : A) \times B} \quad (\Sigma E_1) \frac{\Gamma \vdash M : (x : A) \times B}{\Gamma \vdash \pi_1 M : A} \quad (\Sigma E_2) \frac{\Gamma \vdash M : (x : A) \times B}{\Gamma \vdash \pi_2 M : B[x := \pi_1 M]}$$

- 空型

$$(\perp F) \frac{\Gamma \text{ valid}}{\Gamma \vdash \perp : \text{type}} \quad (\perp E) \frac{\Gamma \vdash M : \perp \quad \Gamma \vdash P : \perp \rightarrow \text{type}}{\Gamma \vdash \text{rec}_\perp M : PM}$$

- その他

$$(\text{ctx-empty}) \frac{}{[] \text{ valid}} \quad (\text{ctx-ext}) \frac{\Gamma \text{ valid} \quad \Gamma \vdash A : s \quad (x \notin \text{dom}(\Gamma))}{\Gamma, x : A \text{ valid}} \quad (\text{var}) \frac{\Gamma \text{ valid}}{\Gamma \vdash x : A} \quad (x : A \in \Gamma) \quad (\text{type } F) \frac{\Gamma \text{ valid}}{\Gamma \vdash \text{type} : \text{kind}}$$

**型検査** [11] に従い、DTS における型検査  $\llbracket - \rrbracket$  を以下のような関数として定義する:  $M$  として未指定型・CI 型を含む型判断  $\Gamma \vdash M : A$  を引数として、未指定型・CI 型を含まない導出木の集合を返す。なお返り値が導出木の集合となるのは、未指定型を消去する方法は一般に複数ありうるためである。以下に、 $\llbracket - \rrbracket$  の帰納的定義の一部を示す。<sup>9)</sup> ここでは、 $\mathcal{D}.tm$  (resp.  $\mathcal{D}.ctx$ ) で導出木  $\mathcal{D}$  の結論の判断  $\Gamma \vdash M : A$  の項  $M$  (resp. 型付け文脈  $\Gamma$ ) を表す。例えば、結論の判断が  $\Gamma \vdash A : \text{type}$  である導出木  $\mathcal{D}$  について、 $\mathcal{D}.tm = A$  である。

- $\Pi$  型 ( $\Sigma$  型も同様)

$$\llbracket \Gamma \vdash (x : A) \rightarrow B : \text{type} \rrbracket = \left\{ (\Pi F) \frac{\mathcal{D}'_1 \quad \mathcal{D}'_2}{\mathcal{D}_2.ctx \vdash (x : \mathcal{D}_1.tm) \rightarrow \mathcal{D}_2.tm : \text{type}} \left| \begin{array}{l} \mathcal{D}_1 \in \llbracket \Gamma \vdash A : \text{type} \rrbracket \\ \mathcal{D}_2 \in \llbracket \mathcal{D}_1.ctx, x : \mathcal{D}_1.tm \vdash B : \text{type} \rrbracket \\ \mathcal{D}'_1 = \text{Extend}(\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, x) \\ \mathcal{D}'_2 = \text{Arrange}(\mathcal{D}_2, x) \end{array} \right. \right\}$$

–  $\text{Extend}(\mathcal{D}, \mathcal{D}', x)$  は、弱化規則により  $\mathcal{D}$  を  $\mathcal{D}'$  の  $x$  以降の変数宣言で拡張して得られる導出木を返す関数である。

–  $\text{Arrange}(\mathcal{D}, x)$  は、交換規則により  $\mathcal{D}$  の中で  $x$  を型付け文脈の先頭へと移動して得られる導出木を返す部分関数である (そのような導出木が構成できない場合、型検査は失敗する)。

- 未指定型

$$\llbracket \Gamma \vdash (x @ A) \times B : \text{type} \rrbracket = \left\{ \text{Normalize}(\mathcal{D}_3) \left| \begin{array}{l} \mathcal{D}_1 \in \llbracket \Gamma \vdash A : \text{type} \rrbracket \\ \mathcal{D}_2 \in \llbracket \Gamma \vdash M : \mathcal{D}_1.tm \rrbracket \text{ for some term } M. \\ \mathcal{D}_3 \in \llbracket \mathcal{D}_1.ctx \vdash B[x := M] : \text{type} \rrbracket \end{array} \right. \right\}$$

–  $\text{Normalize}(\mathcal{D})$  は、 $\mathcal{D}.tm$  を正規化した判断を結論に持つ導出木を返す関数である。

- CI 型

$$\llbracket \Gamma \vdash (x < A) \times B : \text{type} \rrbracket = \left\{ \mathcal{D}_2 \left| \begin{array}{l} \mathcal{D}_1 \in \llbracket \Gamma \vdash A : \text{type} \rrbracket \\ \mathcal{D}_2 \in \llbracket \mathcal{D}_1.ctx, x' : \mathcal{D}_1.tm \vdash B[x := x'] : \text{type} \rrbracket \quad (x' \notin \text{dom}(\mathcal{D}_1.ctx)) \end{array} \right. \right\}$$

–  $x$  が既に  $\mathcal{D}_1.ctx$  で用いられている場合、 $x'$  として新たな変数をとる必要があることに注意する。

9)  $\Gamma \text{ valid}$  の形の判断に対しては別の関数を定義し、それと相互再帰的に  $\llbracket - \rrbracket$  を定義する必要がある。また、ここに示していない推論規則 (導入規則や、判断が `kind` を含む場合など) についても、概ね [11] の定式化に適宜変更を加えることで定義が可能だと考えられるが、完全な定義は今後の課題とする。