

数理的演繹をめざす言葉の理解

— 近似ではない言語処理はいつか可能になるか？ —

国立情報学研究所
新井 紀子

なぜ「東口ボ」？

①

コンピュータは
大学入試問題を解
けるでしょうか？

YES

/

NO

「人の表情と声のトーンを分析して人の感情を推定する感情認識機能を搭載するなど、人とのコミュニケーションに特化した機能とインターフェースを備えています。これにより、親しい友人や家族と接するように、自然なコミュニケーションを楽しむことが可能になります。」

**「高精度な機械翻訳技術・ソフトウェアを開発し、
日本語を軸とした
言語バリアフリーの世界を実現」**

「いったい、あなたのとこのご主人はなんですか」

「あら『ご主人』だって、妙なね。『お師匠さん』だわ。二絃琴のお師匠さんよ」

「それは吾輩も知っていますがね。その、ご身分はなんなんですか。いずれ昔は立派な方なんでしょうな」

「ええ」

君を待つ間の姫小松……………

障子のうちでお師匠さんが二絃琴を弾きだす。

「いい声でしょう」と三毛子は自慢する。

「いいようだが、吾輩にはよくわからん。全体なんというものですか」

「あれ？ あれはなんとかってものよ。お師匠さんはあれが大好きなの。……

お師匠さんはあれで六十二よ。ずいぶん丈夫だわね」

六十二で生きているくらいだから丈夫と言わねばなるまい。吾輩は「はあ」と返事をした。少し間が抜けたようだが別に名答も出て来なかったからしかたがない。

「あれでも、もとは身分が大変よかったんだって。いつでもそうおっしゃるの」

「へえ元は何だったんです」

「何でも天璋院様の御祐筆の妹の御嫁に行った先きの御つかさんの甥の娘なんだって」

Q.三毛子の飼い主と天璋院様とは親戚にあたるかどうか答えよ。

A. YES / NO

ビッグデータと 機械学習

この近くのおいしい
イタリア料理の店は？

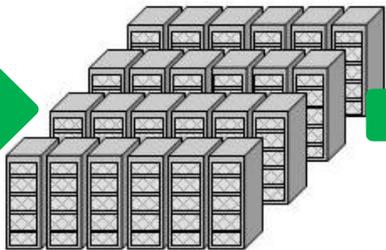
キーワード抽出

GPS情報

市ヶ谷 おいしい イタリア料理

キーワード検索

ランキングモデル



三毛子の飼い主と天璋院様
とは親戚ですか？

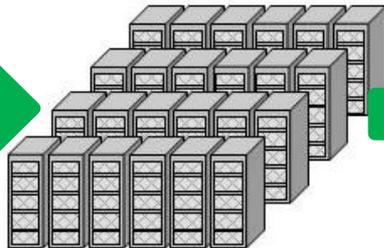
キーワード抽出

GPS情報

本郷 三毛子 飼い主
天璋院様 親戚

キーワード検索

ランキングモデル



?

なぜ「東口ボ」？

②

形式と意味



$A = \{x \mid x \notin x\}$ と定義する。

このとき、 $A \in A$ か？それとも $A \notin A$ か？

The *formulas* of set theory are built up from the *atomic formulas*

$$x \in y, \quad x = y$$

by means of *connectives*

$$\varphi \wedge \psi, \quad \varphi \vee \psi, \quad \neg\varphi, \quad \varphi \rightarrow \psi, \quad \varphi \leftrightarrow \psi$$

(conjunction, disjunction, negation, implication, equivalence), and *quantifiers*

$$\forall x \varphi, \quad \exists x \varphi.$$

In practice, we shall use in formulas other symbols, namely defined predicates, operations, and constants, and even use formulas informally; but it will be tacitly understood that each such formula can be written in a form that only involves \in and $=$ as nonlogical symbols.

Concerning formulas with free variables, we adopt the notational convention that all free variables of a formula

$$\varphi(u_1, \dots, u_n)$$

are among u_1, \dots, u_n (possibly some u_i are not free, or even do not occur, in φ). A formula without free variables is called a *sentence*.

Axioms of Zermelo-Fraenkel

1.1. Axiom of Extensionality. *If X and Y have the same elements, then $X = Y$.*

1.2. Axiom of Pairing. *For any a and b there exists a set $\{a, b\}$ that contains exactly a and b .*

1.3. Axiom Schema of Separation. *If P is a property (with parameter p), then for any X and p there exists a set $Y = \{u \in X : P(u, p)\}$ that contains all those $u \in X$ that have property P .*

1.4. Axiom of Union. *For any X there exists a set $Y = \bigcup X$, the union of all elements of X .*

1.5. Axiom of Power Set. *For any X there exists a set $Y = P(X)$, the set of all subsets of X .*

1.6. Axiom of Infinity. *There exists an infinite set.*

1.7. Axiom Schema of Replacement. *If a class F is a function, then for any X there exists a set $Y = F(X) = \{F(x) : x \in X\}$.*

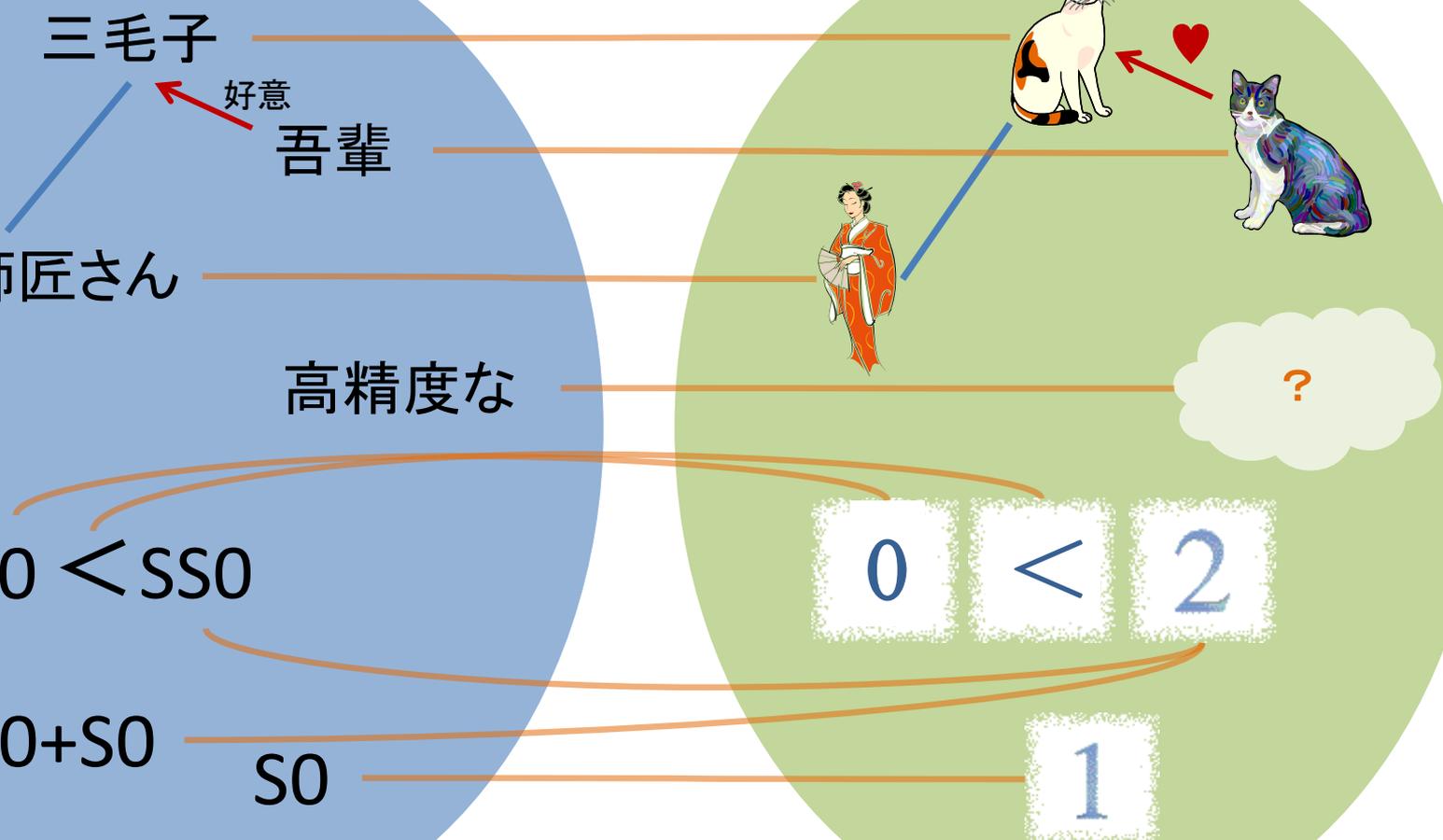
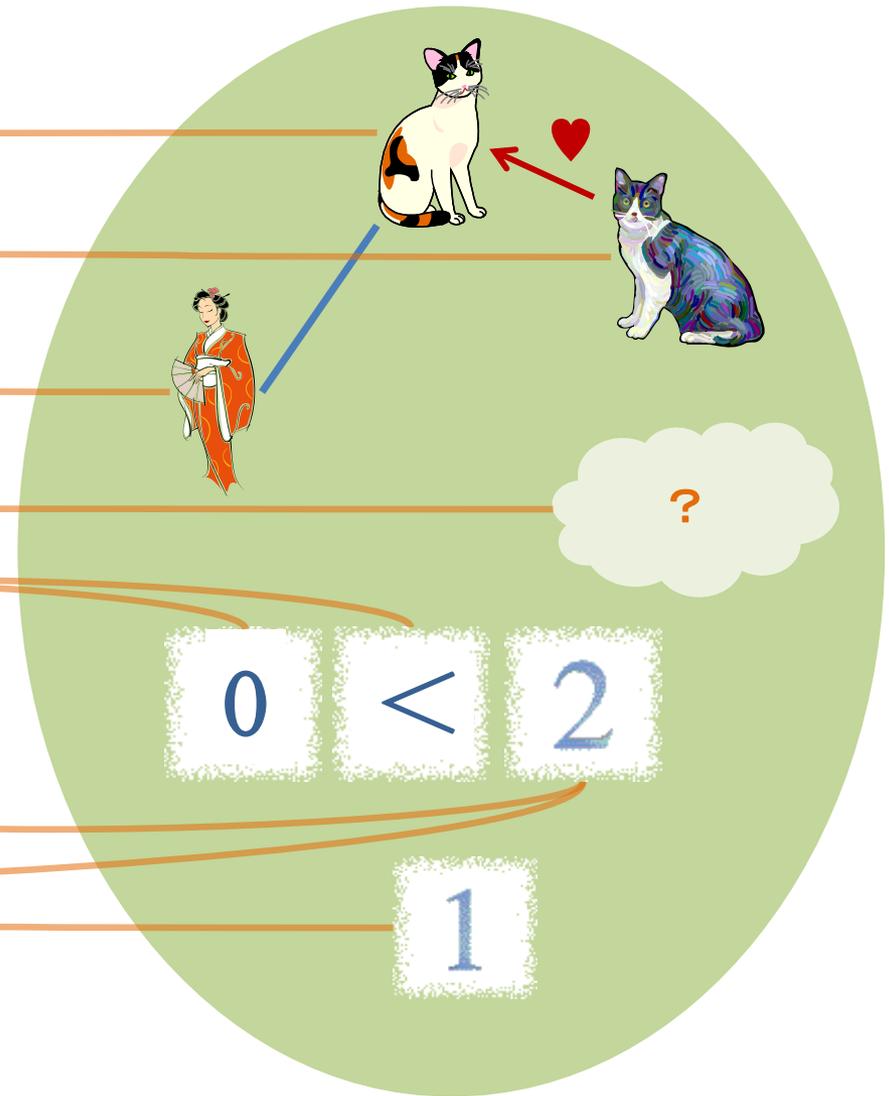
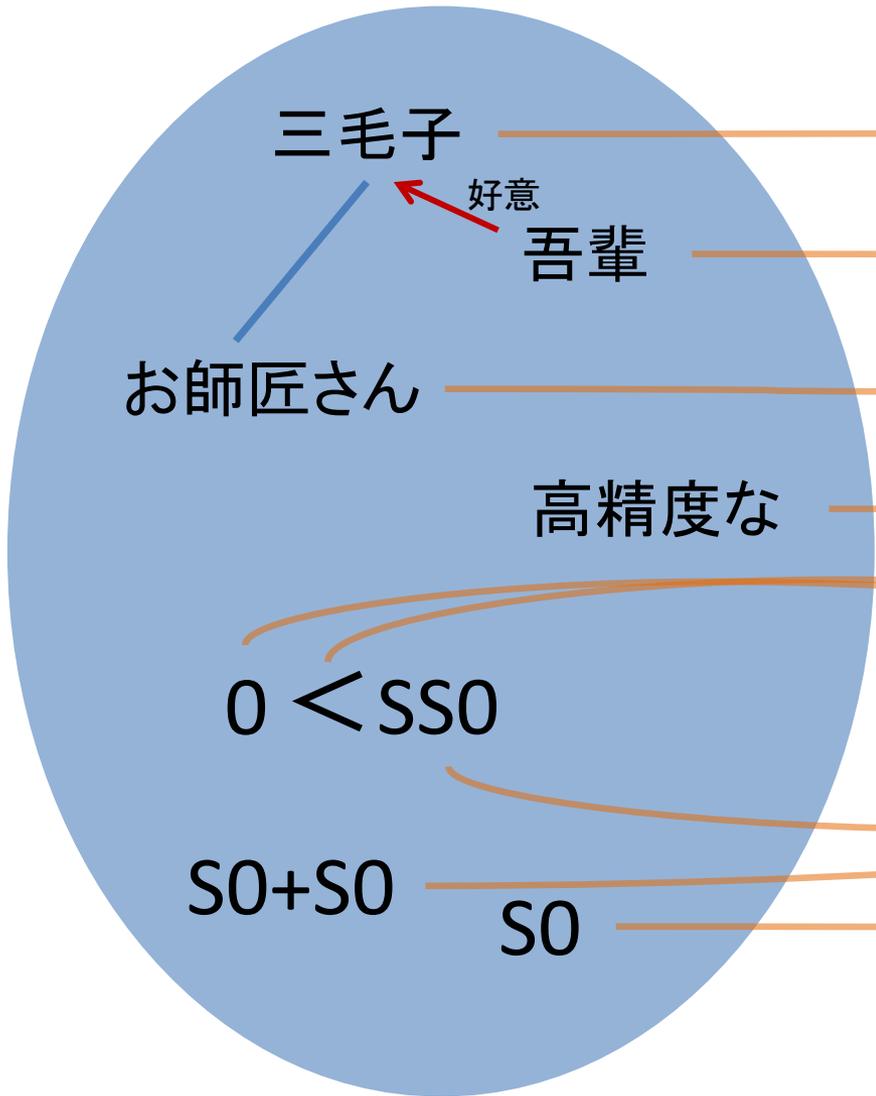
1.8. Axiom of Regularity. *Every nonempty set has an \in -minimal element.*

1.9. Axiom of Choice. *Every family of nonempty sets has a choice function.*

The theory with axioms 1.1–1.8 is the Zermelo-Fraenkel axiomatic set theory ZF; ZFC denotes the theory ZF with the Axiom of Choice.

シンタクス

セマンティックス



ヒルベルトプログラムの破綻

人工知能の出発

なぜ「東口ボ」？

③

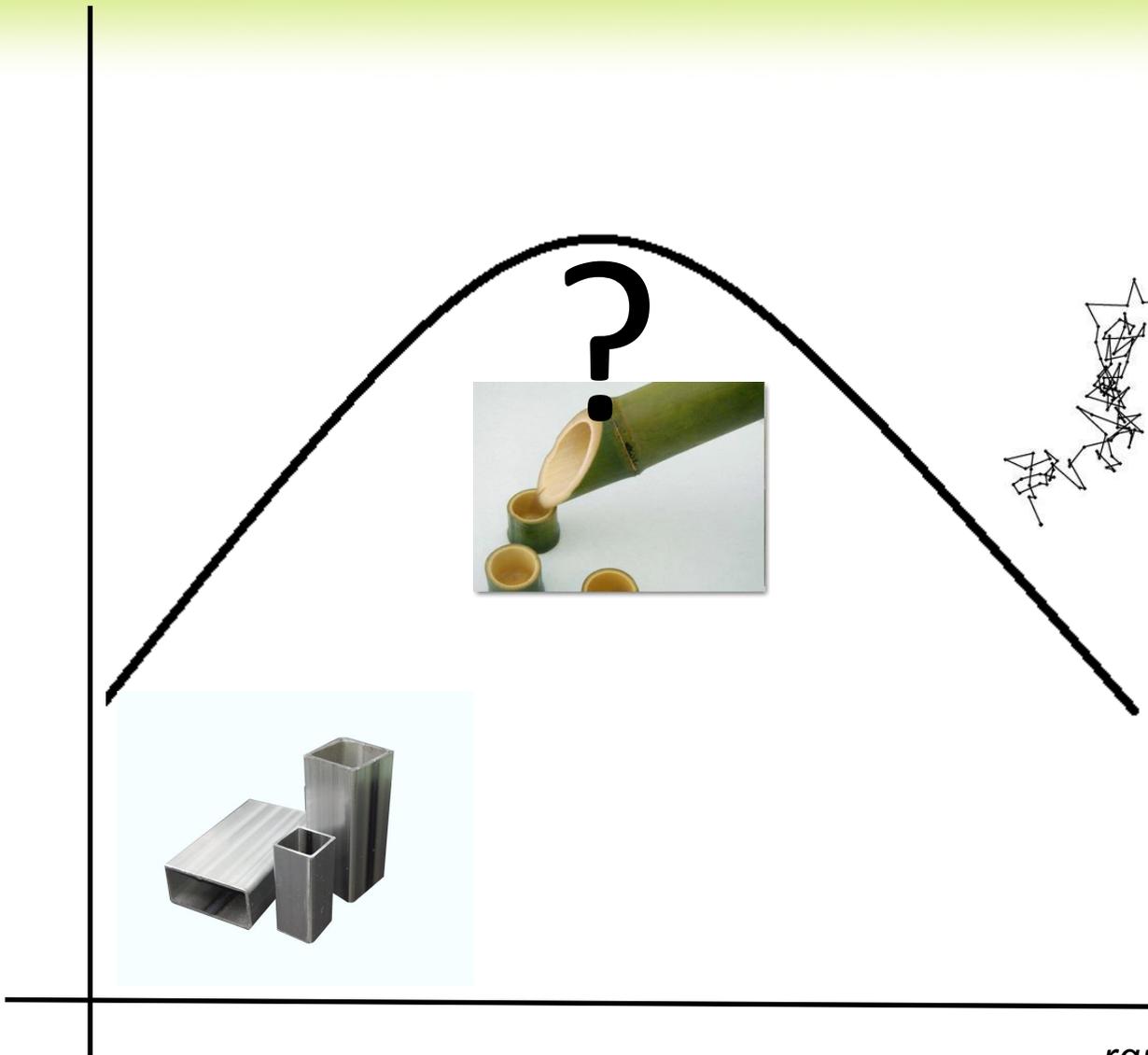
**「自然という書物は
数学の言葉で書かれている」**



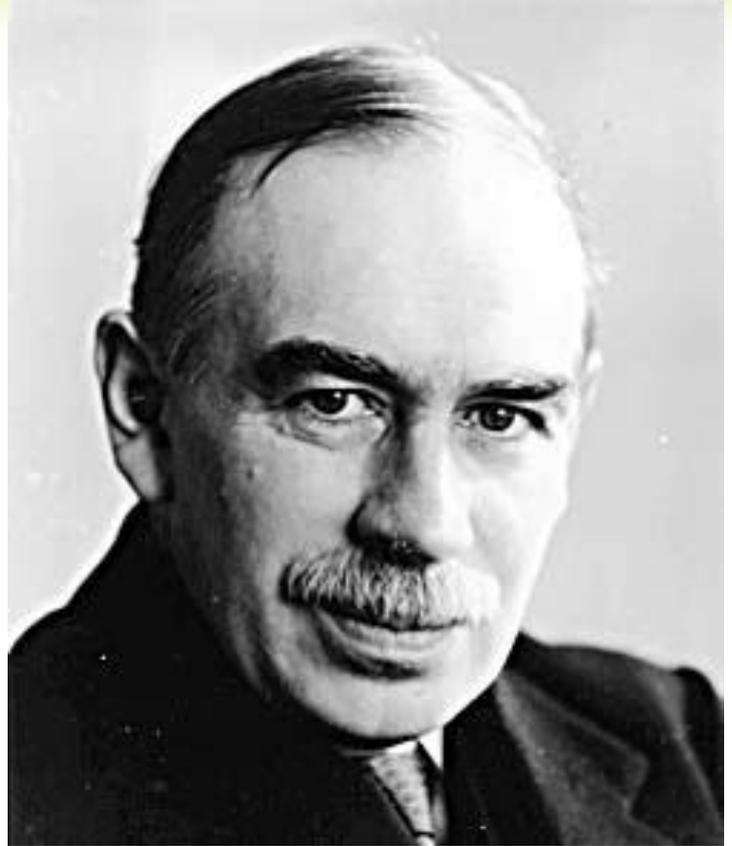
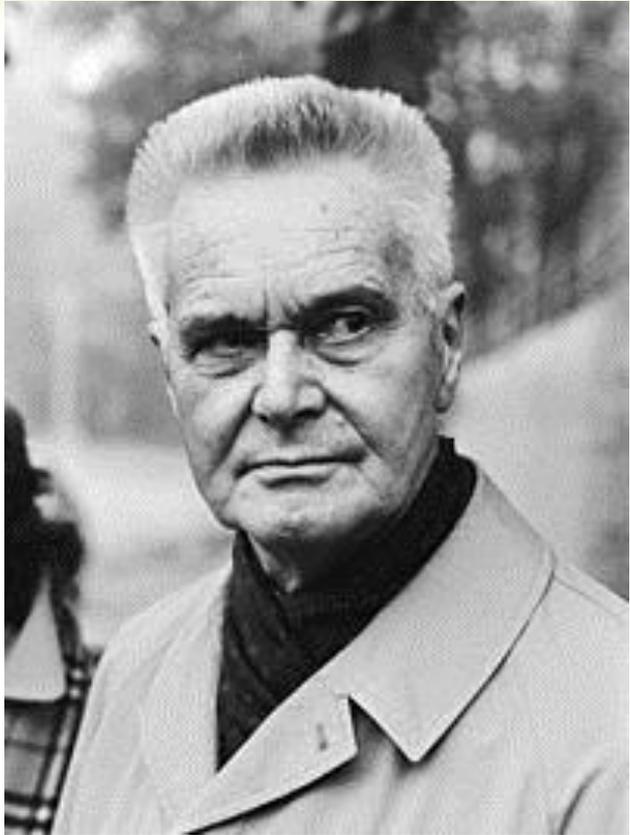
数学 = 論理 + 確率 + 統計

規則性 + 確率的攪亂項

frequency



randomness



「・・・意味のある要因のすべてが測定可能でなければならないということが条件であれば、この条件は非常に重要である。というのは、回帰分析では、政府の政策、発明の進歩、期待の状況を含む政治要因、心理要因に影響される経済問題のすべてが抜け落ちる可能性があるからである。」

ジョン・メイナード・ケインズ

なぜ「東口ボ」？

④

“A Pendulum Swung Too Far” (Ken Church, ACL-2011)

DARPA AI Project群(2010～)

東大ロボットプロジェクト(2011～): NII

Project ARISTO (2013～): Allen Institute for AI

分野横断による総合的
知的タスク挑戦

ロジックと統計手法の
現代的ハイブリッド

**「分野集合」でない「分野融合」
は可能か？**



$\sqrt{2}$ は無理数である。

$$\neg \exists x \in \mathbb{Q} (x^2 = 2)$$

T

何に関する問題？



- O を原点を中心とする半径1の円とする。 O の周の上に点 A, B が与えられたとき、 A, B からの長さが等しくなるような x 軸上の点を求めよ。
- O を原点を中心とする半径1の円とする。点 A から O への長さが O の周の長さと等しくなるような x 軸上の点 A を(ひとつ)求めよ

平面に置かれた輪っかは、その平面を「内側」と「外側」に分ける。

【問題3】 以下の問いに答えよ。

- (1) 実数 a に対し, 2 次の正方行列 A, P, Q が
5 つの条件

$$A = aP + (a+1)Q, P^2 = P, Q^2 = Q,$$

$$PQ = O, QP = O$$

を満たすとする。ただし $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である。

このとき, $(P+Q)A = A$ が成り立つことを
示せ。

- (2) a は正の数として, 行列 $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$ を

考える。この A に対し, (1) の 5 つの条件をすべて
満たす行列 P, Q を求めよ。

- (3) n を 2 以上の整数とし, $2 \leq k \leq n$ を満たす

整数 k に対して $A_k = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 1 & k+1 \end{pmatrix}$ とおく。

行列の積 $A_n A_{n-1} A_{n-2} \cdots A_2$ を求めよ。

[2007 東京大]

xyz 空間においてxy平面上に円板Aがありxz平面上に円板Bがあつて以下の2条件を満たしているものとする.

(a) A, Bは原点からの距離が1以下の領域に含まれる.

(b) A, Bは一点Pのみを共有し, Pはそれぞれの円周上にある.

このような円板AとBの半径の和の最大値を求めよ.

ただし, 円板とは円の内部と円周をあわせたものを意味する.

(東大1999 理系[4])

どのような問題があるか

- おおむね2種類に集約される:
 - 「...である。X (ということ)を**示せ**。」
 - 「...である。Xを**求めよ**。」

どのような問題があるか

- おおむね2種類に集約される:
 - 「...である。X (ということ)を**示せ**。」→ **証明**
 - 「...である。Xを**求めよ**。」→ **??**

「...を求めよ」とは

- どうしたら「Xを求めよ」に応えたと言えるのか

→答が従うべき形式は明らか:

$$X = [\text{式}]$$

答としての「 $x = [\text{式}]$ 」

- 大学入試数学で[式]に出てこないもの

– 限量子 (\forall 、 \exists):

問: $x^2 + y^2 = 1$ と $y = x + a$ が共有点をもつ a の範囲を求めよ。

答: $\exists x \exists y (x^2 + y^2 = 1 \wedge y = x + a) \rightarrow \text{ダメ}$

– 「であるところの」(λ):

問: $x^2 = 1$ の解のうち正の方を α とする。 α を求めよ。

答: $\lambda x. (x^2 = 1 \text{ かつ } x > 0) \rightarrow \text{ダメ}$

「Xを求める」とは

1. 求めるべきもの X を表す意味表現を得る
2. 大学入試答案で許容される語彙(自然数、実数、三角・指数・対数関数、...)のみからなる、同等な式へと変換する
3. そこから限量子(\forall 、 \exists)と高階項(λ)を消去する
4. X を直接表す形にする(方程式・不等式の求解)

「機械が入試数学を解く」ための3つの課題

- **言語理解**: 問題の意味を形式表現 (ZF集合論の言葉) へ正確に翻訳する
- **言語理解と推論系の接合**: 直訳された問題を、現実的に推論が可能な表現へと変換する
- **推論の実行**: 限量子消去、自動証明

「機械が入試数学を解く」ための3つの課題

- **言語理解**: 問題の意味を形式表現 (ZF集合論の言葉) へ正確に翻訳する
- **言語理解と推論系の接合**: 直訳された問題を、現実的に推論が可能な表現へと変換する
- **推論の実行**: 限量子消去、自動証明
 - アルゴリズムが存在するのはごく一部の問題
 - アルゴリズムがあっても計算量が大きい

「機械が入試数学を解く」ための3つの課題

- 言語理解: 問題の意味を形式表現 (ZF集合論の言葉) へ正確に翻訳する
- 言語理解と推論系の接合: 直訳された問題を、現実的に推論が可能な表現へと変換する
- 推論の実行: 限量子消去、自動証明

「機械が入試数学を解く」ための3つの課題

- **言語理解**: 問題の意味を形式表現 (ZF集合論の言葉) へ正確に翻訳する
- **言語理解と推論系の接合**: 直訳された問題を、現実的に推論が可能な表現へと変換する
→ 一般的には不可能
- **推論の実行**: 限量子消去、自動証明

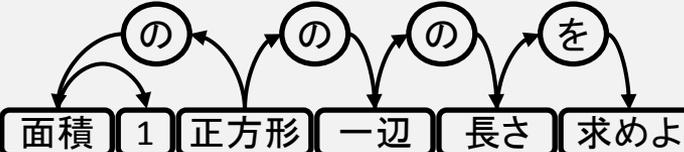
実閉体と限量子消去

- 実閉体の1階の言語
 - 多項式間の等式・不等式
 - 結合子: \wedge 、 \vee 、 \rightarrow 、 \neg ; 限量子: \forall 、 \exists
- Tarski (1951): 任意の1階の実閉体の式 ϕ に対して、それと同値で限量子を含まない式 ψ を見つけられる
 - 例: $\exists x(ax^2+bx+c=0) \Leftrightarrow b^2-4ac \geq 0$
- ただし、現在もっとも実用的なアルゴリズムの計算量は**変数の数の2重指数**オーダー
(現実的に動くのは変数4~5個まで)

数学 処理フロー

“面積1の正方形の一辺の長さを求めよ。”

問題文



言語解析

意味合成

単語→意味 対応表

(xは)正方形 → square(x)
(xの)面積 → area(x)
(xの)半径 → radius(x)

Find(t)[$\exists S \exists s. \text{square}(S) \wedge$
 $\text{area}(S) = 1 \wedge \text{is-side-of}(s, S) \wedge$
 $\text{length}(s) = t$]

ZFの式

論理式を書換え

数学知識データベース

$\text{length}(s) = t \wedge \text{is-side-of}(s, S)$
 $\wedge \text{square}(S) \rightarrow t^2 = \text{area}(S)$

Find(t)[$\exists A. A = t^2 \wedge A = 1 \wedge t > 0$]

実閉体の式

数式処理

t = 1

解答

結論(=出発点)

- 統計は「近似でない言語理解」に寄与しない。
- 論理が近似的でない言語理解に寄与できるかは未知数
- (好むと好まざるにかかわらず—数学の言葉は事実上、論理と統計しかない。科学の言葉は事実上、数学しかない。)
- 近似でない言語理解が可能だとするならば、最初のテストベッドとして最も現実的なのは「数学を機械で解く」であろう。

My base URL: <http>

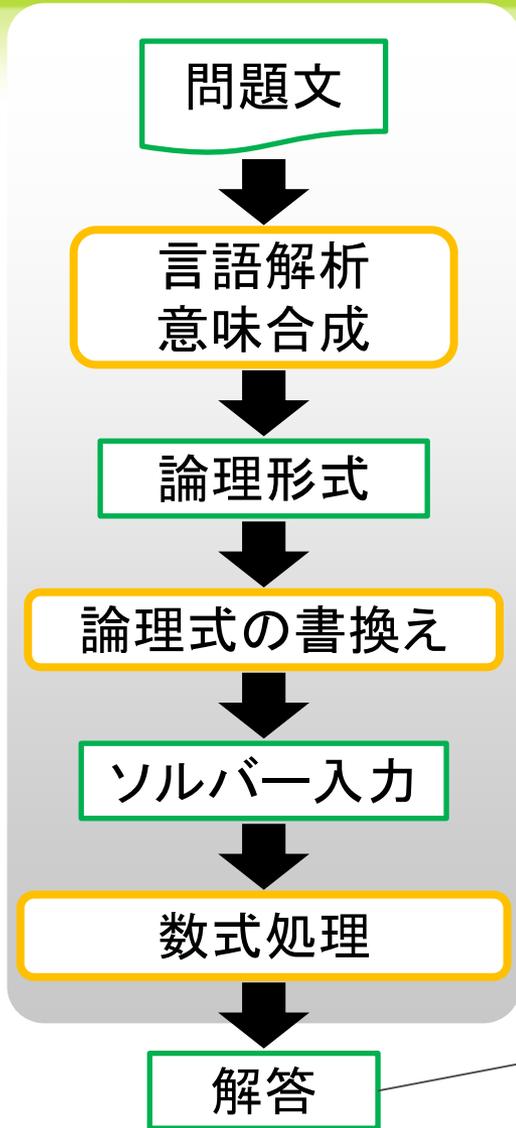
CCG parser

ubuntu-vm:10080

Google

Parse

東ロボくんの解答 理系[5]



求める実数を

$$x_{gen12}$$

と置くと、問いの条件は次の一階論理式と同値になる:

$$(0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge \exists x_{00}(\exists y_{00}(a \leq y_{00} \wedge y_{00} \leq 2a \wedge y_{00}(-x_{00}) + \frac{y_{00}}{x_{00}} + \frac{x_{00}}{y_{00}} = x_{gen12}) \wedge \frac{1}{2} \leq x_{00} \wedge x_{00} \leq 1) \wedge 0 < a \wedge (\forall y_0(\forall x_0(\frac{1}{2} > x_0 \vee x_0 > 1 \vee x_{gen12} \leq y_0(-x_0) + \frac{y_0}{x_0} + \frac{x_0}{y_0}) \vee a > y_0 \vee y_0 > 2a) \vee 0 \geq a))$$

この式は実閉体の体系 RCF の式であることから、Tarski-Seidenberg の定理により、この式と同値で量子子を含まないような式を求めることができる。Tarski の量子子除去アルゴリズムに従って上記の式を書き換えた結果が以下の式である(変形の過程が長いため、計算紙で別途提出する。):

$$(((0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge \frac{12a^2+1}{4a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge \sqrt{4-16a^2} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{2}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{a}) \vee (a > \frac{1}{2} \wedge \frac{1}{2a} \leq x_{gen12} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a})) \wedge 0 < a \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a \wedge 0 < a \wedge (a < 0 \vee (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{12a^2+1}{4a}) \vee (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge x_{gen12} \leq \sqrt{4-16a^2}) \vee (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge x_{gen12} \leq \frac{1}{2a}) \vee 0 \geq a))$$

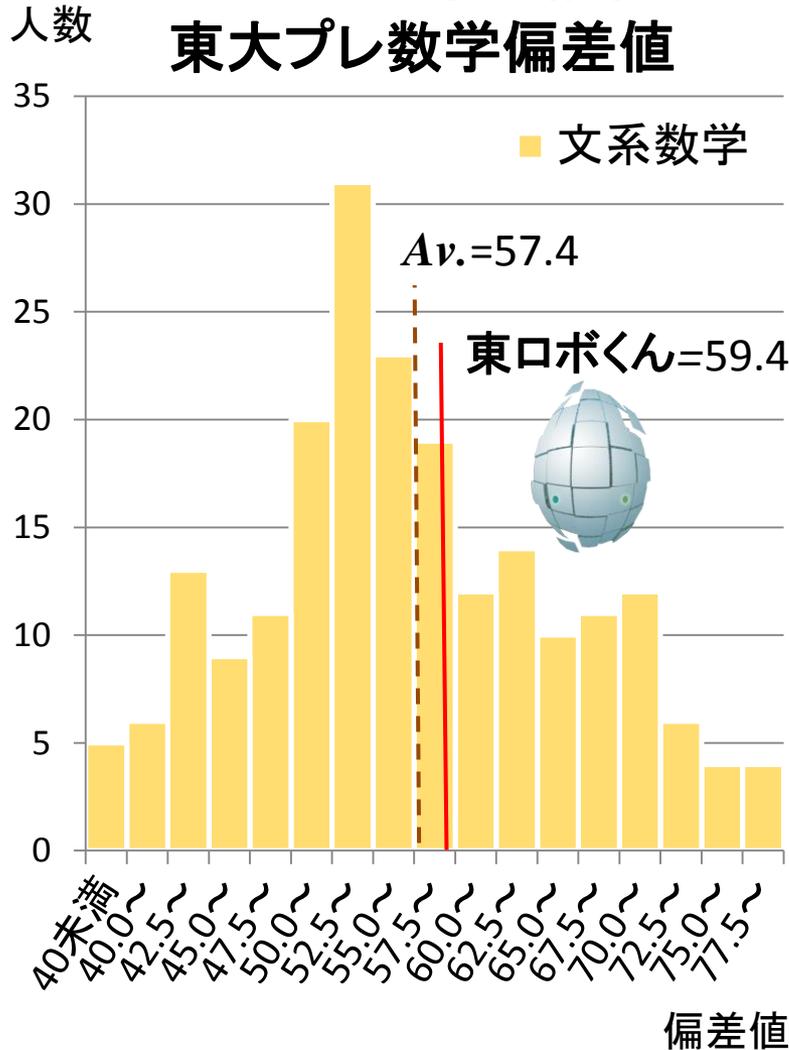
これを解き、答は

$$\begin{array}{ll} (0 < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{5}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{12a^2+1}{4a} \\ (\frac{1}{2\sqrt{5}} < a \wedge a \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = 2\sqrt{1-4a^2} \\ (a > \frac{1}{2\sqrt{2}} \wedge a \leq y \wedge y \leq 2a) & \text{のとき } x_{gen12} = \frac{1}{2a} \end{array}$$

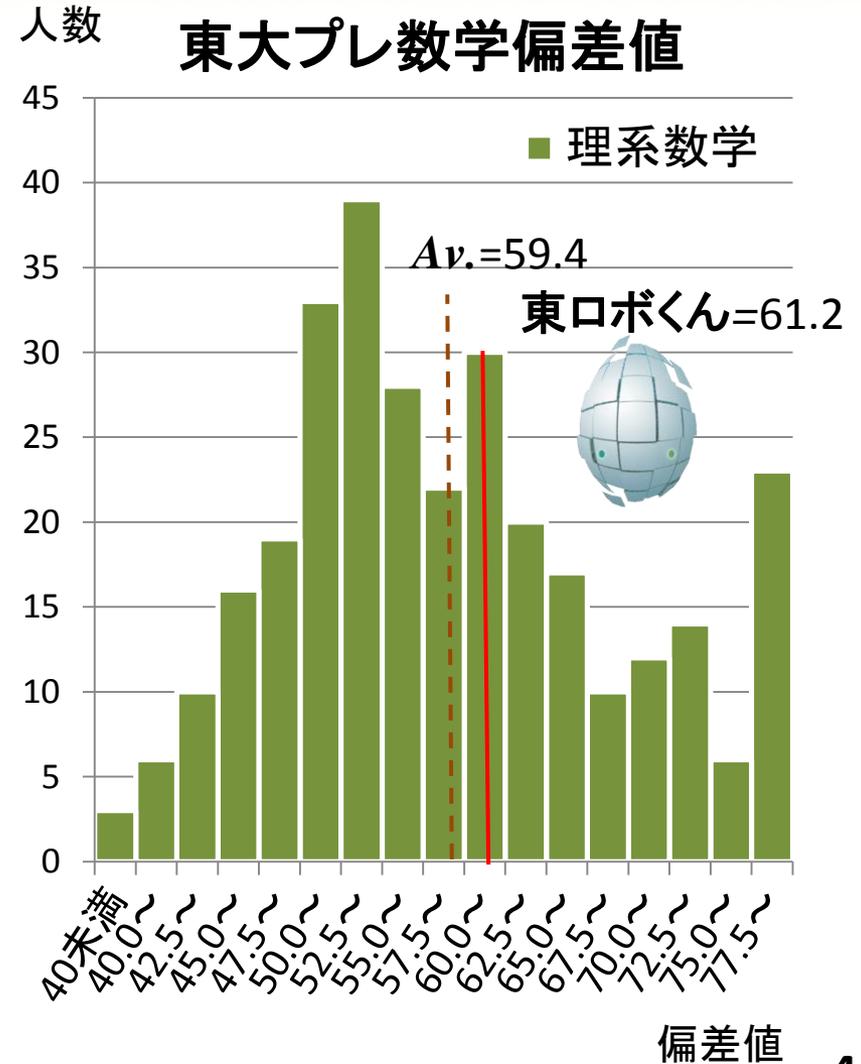
となる。

東大プレ数学の出来具合

2013東大文系合格者の
東大プレ数学偏差値



2013東大理系合格者の
東大プレ数学偏差値



東ロボくんが合格できる大学はあるか

東ロボくんの「全国センター模試」成績による合格判定結果

大学数	全大学・学部数		合格可能性 80%以上の大学	
国公立大学	165大学	566学部	1大学	2学部
私立大学	579大学	1670学部	403大学	814学部
合計	744大学	2236学部	404大学	816学部



合格可能性80%以上の私立大学の内訳

センター利用入試	353大学	715学部
一般入試	324大学	602学部
合計	403大学	814学部

第二回 代ゼミ模試タスク発表会

11月2日 @代ゼミタワー

ご清聴ありがとうございました。

温かく見守ってください。

なぜ「東口ボ」？

④

第一回大学生数学基本調査

- 日本数学会が2011年に実施
- 調査数
 - 対象者数5946人
 - 調査クラス90クラス
 - 調査大学48大学

	国S	国公A	国公B	私立S	私立A	私立B	私立C
学生数	1041	2203	698	230	823	596	343

系	理工	文学	社会科学	教育	保健衛生	学際	混合
学生数	2502	202	853	1179	391	251	530

※S,A,B,Cはベネッセのマナビジョンで提供されている大学の入学難易度別の分類に従った。

※どの偏差値群にも理系・文系のどちらも含まれている。

※白紙率は極めて少ない。

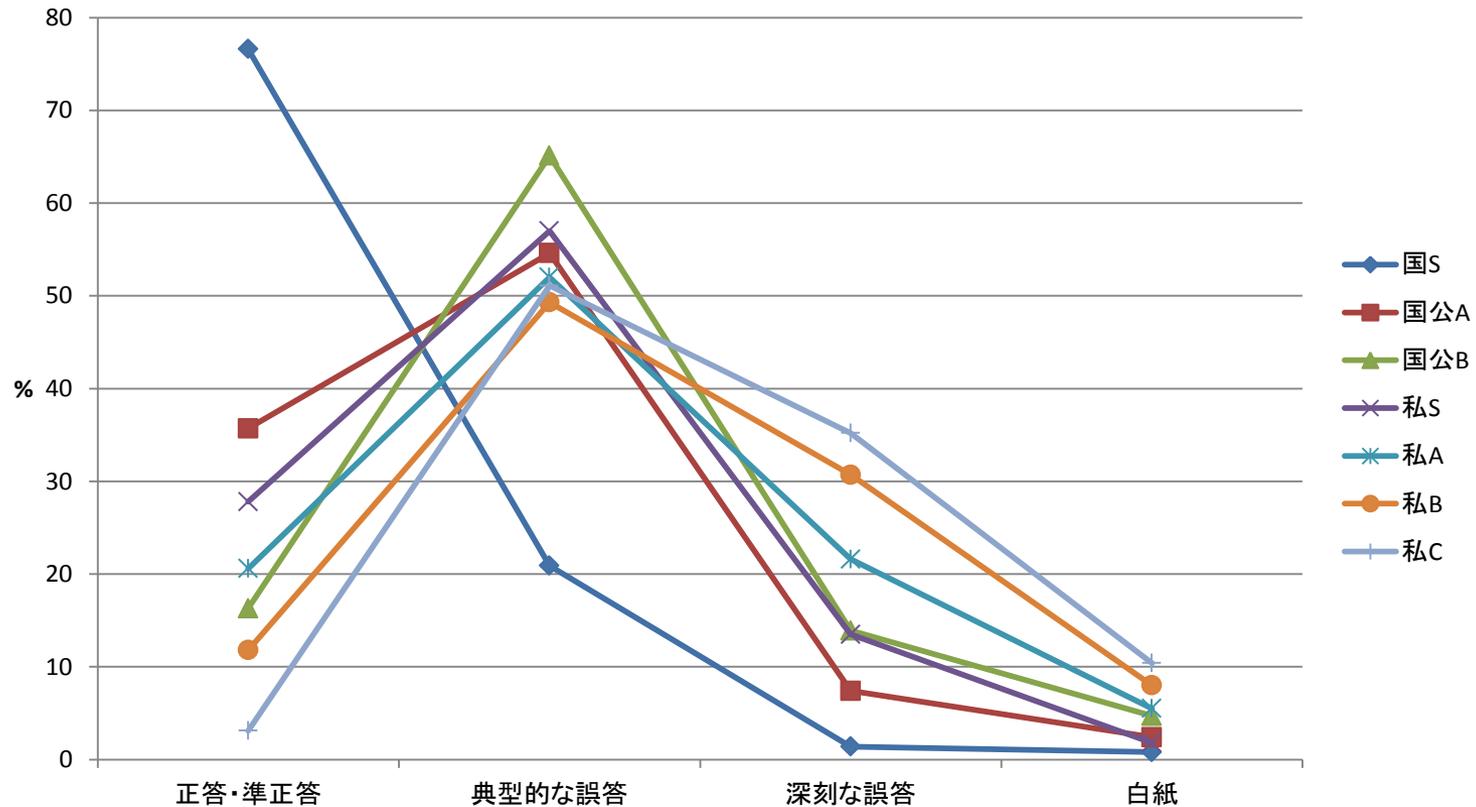
2-1

偶数と奇数をたすと、答えはどうなるでしょうか。次の選択肢のうち正しいものに○を記入し、そうなる理由を下の空欄で説明してください。

- (a) いつも必ず偶数になる。
- (b) いつも必ず奇数になる。
- (c) 奇数になることも偶数になることもある。

※記述内容で採点を行う。選択は部分点にはならない。

2-1 正答および誤答(偏差値別)



- ・国立S群のみ他とは異なる特徴。
- ・深刻な誤答は偏差値下群に行くにしたがって顕著に多くなる。